



# Hybridation entre la WCIP et des méthodes volumiques

Caroline Girard, Nathalie Raveu, Stéphane Lanteri, Ronan Perrussel

## ► To cite this version:

Caroline Girard, Nathalie Raveu, Stéphane Lanteri, Ronan Perrussel. Hybridation entre la WCIP et des méthodes volumiques. 18èmes Journées Nationales Microondes, May 2013, Paris, France. pp.J1-AP3-2. hal-00914400

**HAL Id: hal-00914400**

**<https://hal.science/hal-00914400>**

Submitted on 5 Dec 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Hybridation entre la WCIP et des méthodes volumiques

C.Girard<sup>1,2</sup>, N.Raveu<sup>1</sup>, R.Perrussel<sup>1</sup>, S.Lanteri<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Université de Toulouse, INPT, UPS, CNRS, LAPLACE, ENSEEIHT, 31071 Toulouse

<sup>2</sup>Equipe projet NACHOS, INRIA Sophia Antipolis-Méditerranée, 06902 Sophia Antipolis  
caroline.girard@inria.fr

### Résumé

L'hybridation entre la WCIP (Wave Concept Iterative Procedure) et des méthodes volumiques comme la FDTLM (Frequency Domain Transmission Line Method), la FEM (Finite Element Method) et la méthode HDG (Hybridizable Discontinuous Galerkin) est présentée dans cet article. Le problème traité est celui de l'équation des ondes dans le domaine fréquentiel. Trois cas tests sont fournis pour valider l'hybridation en 2D.

### 1. Introduction

Notre travail décrit une hybridation de méthodes numériques dans le domaine fréquentiel afin d'étudier la susceptibilité électromagnétique de circuits microondes. L'objectif est ainsi de détecter les éventuelles perturbations induites sur un circuit par une source électromagnétique extérieure. Dans le cadre de notre modélisation, nous éclairons un circuit planaire par une onde et nous calculons les champs et courants électriques sur le circuit traité. L'une des méthodes utilisées, la WCIP [1], est particulièrement adaptée pour cette application mais elle ne permet pas de caractériser des circuits présentant des inhomogénéités diélectriques [2]. En conséquence, cette méthode a été hybridée avec la méthode des éléments finis (FEM), avec une méthode de type éléments finis discontinus "hybridée" (HDG) [3] et avec une méthode fondée sur la théorie des lignes de transmission (FDTLM). Une hybridation avec cette dernière méthode a déjà fait l'objet d'une communication [4]. L'intérêt de HDG réside dans sa flexibilité vis-à-vis des maillages utilisables, ils peuvent être non structurés, hybrides ou non conformes, et dans l'adaptativité possible de l'ordre polynomial d'approximation, ce dernier pouvant être choisi bas près de l'interface et éventuellement plus élevé quelques éléments plus loin. Trois exemples 2D de validation de l'hybridation sont traités dans ce résumé pour ces trois méthodes hybrides. Il est à noter que les cas TM et TE ont été étudiés, mais que seuls les résultats du cas TE sont présentés ici (les conclusions pour le cas TM étant identiques). L'objectif ultime de notre étude est de pouvoir traiter des cas 3D.

### 2. Principes de l'hybridation

Pour simplifier, le domaine de calcul est seulement séparé en deux milieux comme le montre la figure 1. Les deux frontières,  $x=0$  et  $x=a$ , correspondent à des murs métalliques. Dans le cadre de l'hybridation, le domaine 1 est traité par la WCIP alors que le domaine 2 est abordé par une autre méthode, le raccordement étant réalisé à l'interface. Côté WCIP, le domaine n'est pas borné alors que côté méthode volumique il l'est par une frontière métallique. La WCIP fait intervenir les ondes sortantes de l'interface linéique ( $\Sigma$ ),  $A_1$  et  $A_2$  et les ondes entrantes  $B_1$  et  $B_2$  (figure 1). Le système linéaire à résoudre après discrétisation peut s'écrire :

$$\left( I_d - \begin{pmatrix} S_1^W & 0 \\ 0 & S_2^F \end{pmatrix} S \right) \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

où  $I_d$  est la matrice identité,  $S_1^W$  est la discrétisation de l'opérateur WCIP définie par:  $S_1^W = FMT^{-1} \Gamma_1 FMT$  avec  $\Gamma_1$  la matrice diagonale contenant les coefficients modaux de diffraction  $\Gamma_{1n}$ ,  $FMT$  une transformée modale rapide [1],  $S_2^F$  la discrétisation de l'opérateur associée à l'autre méthode hybridée avec la WCIP,  $S$  l'opérateur de transmission entre les deux domaines et  $B_0$  représentant l'onde source. L'expression des  $\Gamma_{1n}$  dans le cas où le domaine 1 n'est pas borné et dans le cas TE est donnée par

$$\Gamma_{1n}^{TE} = \frac{1 - Z_0 Y_{1n}^{TE}}{1 + Z_0 Y_{1n}^{TE}} \quad \text{avec} \quad Y_{1n}^{TE} = \frac{\sqrt{\left(n \frac{\pi}{a}\right)^2 - k_0^2}}{i\omega\mu_0} \quad (2)$$

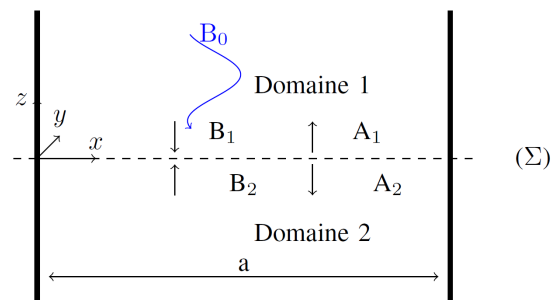


Figure 1. Cas d'étude.

$Y_{1n}^{TE}$  correspond à l'admittance d'un mode d'ordre  $n$  injecté dans le milieu 1,  $Z_0$  est l'impédance du vide, elle vaut  $377\Omega$ ,  $a$  est la distance entre les plaques métalliques:  $a=1,27\text{cm}$ ;  $k_0$  est le nombre d'onde dans le vide à la fréquence  $f_0$  avec  $f_0=16\text{GHz}$ , ce qui nous donne  $k_0=335\text{rad/m}$ ,  $\omega=10.10^{10}\text{rad/s}$  et  $\mu_0=1,26.10^{-6}\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$ .

Les matrices du système linéaire (1) ne sont pas explicitement construites. Une résolution par GMRES [5] de ce système de taille  $2N$  ( $N$  est le nombre de segments constituant  $(\Sigma)$ ) est effectuée. La méthode itérative s'arrête lorsque la norme du résidu a été divisée par  $10^8$ . Une comparaison avec une autre méthode itérative de résolution du système (1) (BICGSTAB [6]) est évoquée dans la partie suivante.

### 3. Résultats numériques

Nous présentons 3 cas tests : la diffraction d'un mode guidé dans le vide sur une plaque métallique (figure 2a), la diffraction d'un mode sur une ligne microruban entourée de vide ( $\epsilon_{r,1}=\epsilon_{r,2}=1$ ) et la diffraction d'un mode sur une ligne imprimée sur un substrat inhomogène ( $\epsilon_{r,1}=1$  et  $\epsilon_{r,2}=5$ ) (figure 2b). Enfin, nous donnons une comparaison des temps de calcul en fonction des différents maillages du segment  $(\Sigma)$ .

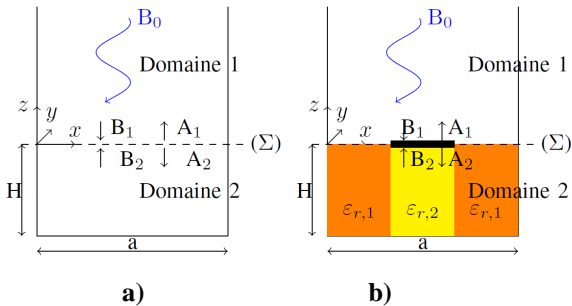


Figure 2. Exemples: a) Guide; b) Ligne microruban

#### 1.a. Diffraction d'un mode guidé sur une plaque métallique.

On considère l'exemple de la figure 2a dans laquelle  $H=1,27\text{cm}$  et  $a=1,27\text{cm}$ . L'onde en excitation,  $B_0$ , correspond à un mode  $TE_1$ . Son expression est donnée par (3).

$$B_0^{TE}(x) = \frac{\sqrt{Z_0}}{Z_{11}^{TE} + Z_0} f_1 \text{ où } Z_{11}^{TE} = \frac{i\omega\mu_0}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - k_0^2}} \text{ et}$$

$$\text{où } f_1 = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \quad (3)$$

Les propriétés des milieux 1 et 2 sont celles du vide. La solution analytique en champ électrique et magnétique étant connue, l'erreur relative de discrétisation en norme  $L_2$  sur le champ électrique  $E$  ( $E_y$  pour le cas TE) est évaluée (figure 3). Dans un premier temps, pour la méthode hybride HDG/WCIP,

des éléments finis  $P_1$  ont été choisis et pour FEM/WCIP, il s'agit d'éléments finis  $Q_1$ . On constate que les erreurs relatives sont du même ordre pour les méthodes hybrides FEM/WCIP et FDTLM/WCIP et que la méthode HDG/WCIP a une erreur relative 10 fois plus faible. On relève également que les 3 méthodes convergent en  $h^2$  si  $h$  est le pas de maillage.

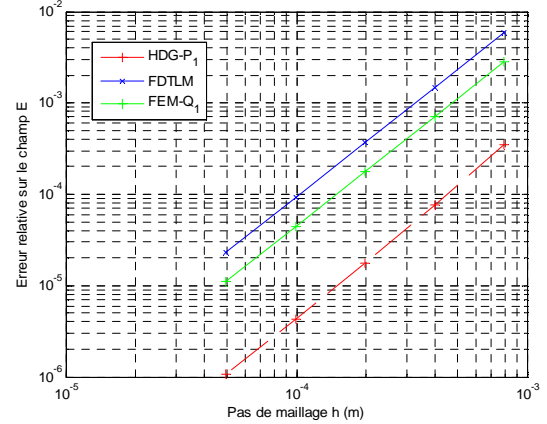


Figure 3. Erreur relative sur  $E$  et obtention d'un ordre de convergence de 2.

Ensuite, une comparaison entre la méthode hybridée avec HDG- $P_0$ , HDG- $P_1$  et HDG- $P_2$  a été effectuée sur le champ électrique  $E$ . Cette dernière est présentée sur la figure 4.

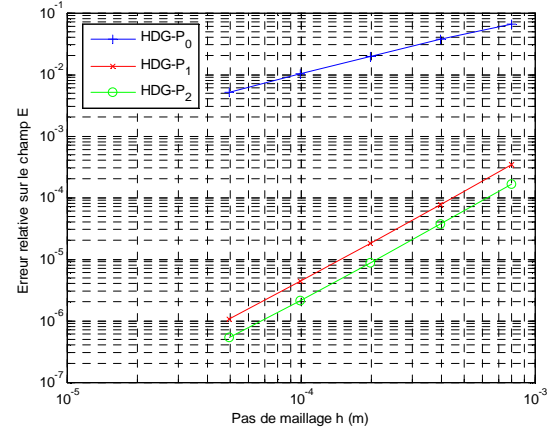


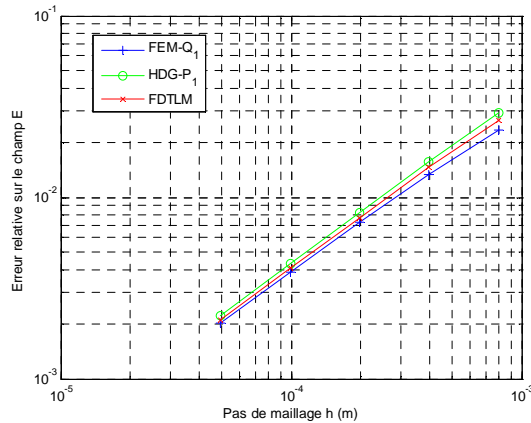
Figure 4. Erreur relative de discrétisation sur  $E$  pour une hybridation avec HDG- $P_0$ , HDG- $P_1$  et HDG- $P_2$ .

Cette figure 4 montre que les ordres de convergence sont environ de 1 avec HDG- $P_0$  et environ de 2 avec HDG- $P_1$  et HDG- $P_2$ . Ceci vient du fait que l'ordre de convergence de la WCIP seule est approximativement de 2. Nous avons tout de même une erreur relative diminuée dans le cas d'une hybridation avec HDG- $P_2$ .

#### 1.b. Diffraction par une ligne microruban

Une ligne microruban est insérée au niveau de la ligne de raccordement entre les méthodes  $(\Sigma)$  (cf. figure 2b). Elle est centrée et sa proportion de métal par rapport à celle de l'air est de 50%. Les deux domaines 1 et 2 sont encore du vide. On injecte le mode  $TE_1$  sur

ce ruban et on calcule l'erreur sur le champ E et l'erreur sur le courant électrique J ( $J_y$  dans le cas TE). Dans ce cas, on ne connaît pas de solution analytique, la référence choisie est donc la solution obtenue par la WCIP en maillant fortement avec  $N=2^{15}$  où N est le nombre de segments de ( $\Sigma$ ). Les erreurs relatives sur le champ et le courant sont décrites respectivement sur la figure 5 et sur le tableau 2. La variable Pas désigne le ratio entre le pas de maillage considéré et le pas de maillage initial caractérisé par  $h=794\mu\text{m}$  dans les deux directions x et z. Ainsi, un ratio de  $1/2$  signifie que le pas de maillage initial a été divisé par 2. Les ordres de convergence sont précisés dans les tableaux 1 et 3.



Pas	FEM	HDG	FDTLM
1	-	-	-
1/2	0,8025	0,8827	0,8557
1/4	0,8933	0,9373	0,9237
1/8	0,9059	0,9350	0,9262
1/16	0,9282	0,9507	0,9440

**Tableau 1. Ordres de convergence sur le champ E.**

On constate que les ordres de convergence respectifs pour le champ (tableau 1) et le courant (tableau 3) sont de 1 et 0,5 dans le cas TE quelle que soit la méthode mise en œuvre dans le milieu 2, avec des erreurs relatives très proches pour les différentes méthodes. La réduction d'ordre vient de la discontinuité entre le diélectrique et le métal.

Pas	FEM	HDG	FDTLM
1	$2,77 \cdot 10^{-2}$	$2,76 \cdot 10^{-2}$	$2,76 \cdot 10^{-2}$
1/2	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$
1/4	$1,37 \cdot 10^{-2}$	$1,37 \cdot 10^{-2}$	$1,37 \cdot 10^{-2}$
1/8	$9,65 \cdot 10^{-3}$	$9,59 \cdot 10^{-3}$	$9,61 \cdot 10^{-3}$
1/16	$6,76 \cdot 10^{-3}$	$6,70 \cdot 10^{-3}$	$6,72 \cdot 10^{-3}$

**Tableau 2. Erreur sur le courant J.**

Pas	FEM	HDG	FDTLM
1	-	-	-
1/2	0,5037	0,5048	0,5044
1/4	0,5064	0,5080	0,5073
1/8	0,5097	0,5121	0,5111
1/16	0,5139	0,5174	0,5160

**Tableau 3. Ordres de convergence sur le courant J.**

### 1.c. Diffraction par une ligne microruban imprimée sur un substrat inhomogène

Comme évoqué dans l'introduction, la WCIP seule ne permet pas de traiter le circuit représenté sur la figure 2b, d'où l'intérêt de son hybridation avec d'autres méthodes. Sur cette figure 2b, est représentée une ligne microruban reposant sur un substrat de permittivité  $\epsilon_{r,2}$ , entouré par 2 couches de substrat de permittivité  $\epsilon_{r,1}$ . On prend ici  $\epsilon_{r,2}=5$  et  $\epsilon_{r,1}=1$ , c'est-à-dire que de l'air entoure le substrat de permittivité  $\epsilon_{r,2}=5$ . Pour effectuer nos comparaisons, nous maillons la méthode hybride FEM/WCIP à  $N=2^{10}$ , de sorte à avoir une référence. Les erreurs relatives sur E et J sont présentées dans les tableaux 4 et 5. Nous obtenons un ordre de convergence proche de 1 pour le champ E et un ordre situé entre 0,5 et 1 pour le courant. Vu que la discontinuité induite par le ruban est située au même niveau que celle associée au changement de permittivité, il se peut qu'elle soit "moins bien vue" que dans le cas précédent, d'où un ordre de convergence qui se rapproche de 1 sur le courant et non de 0,5 comme dans le cas précédent.

Pas	FEM		FDTLM	
	Erreur relative	Ordre	Erreur relative	Ordre
1	$2,22 \cdot 10^{-2}$	-	$2,48 \cdot 10^{-2}$	-
1/2	$1,25 \cdot 10^{-2}$	0,8308	$1,34 \cdot 10^{-2}$	0,8824
1/4	$6,50 \cdot 10^{-3}$	0,9388	$6,87 \cdot 10^{-3}$	0,9689
1/8	$3,26 \cdot 10^{-3}$	0,9959	$3,40 \cdot 10^{-3}$	1,0145
1/16	$1,50 \cdot 10^{-3}$	1,1164	$1,56 \cdot 10^{-3}$	1,1222

**Tableau 4. Erreur relative sur le champ E.**

Pas	FEM		FDTLM	
	Erreur relative	Ordre	Erreur relative	Ordre
1	$2,11 \cdot 10^{-2}$	-	$2,06 \cdot 10^{-2}$	-
1/2	$1,43 \cdot 10^{-2}$	0,5615	$1,39 \cdot 10^{-2}$	0,5725
1/4	$9,37 \cdot 10^{-3}$	0,6126	$8,97 \cdot 10^{-3}$	0,6296
1/8	$5,82 \cdot 10^{-3}$	0,6879	$5,47 \cdot 10^{-3}$	0,7126
1/16	$3,31 \cdot 10^{-3}$	0,8137	$3,07 \cdot 10^{-3}$	0,8366

**Tableau 5. Erreur relative sur le courant J.**

Afin de s'intéresser à l'influence du GMRES sur le nombre d'itérations nécessaires à la résolution, une comparaison avec une autre méthode itérative (BI-CGSTAB [6]) est présentée dans le tableau 6. On constate que la méthode GMRES conduit à un nombre

plus faible d'itérations, notamment pour les maillages les plus fins.

Pas	FEM		FDTLM	
	GMRES	BI-CGSTAB	GMRES	BI-CGSTAB
1	12	12	12	12
1/2	27	30	25	26
1/4	48	51	46	49
1/8	66	80	63	90
1/16	84	147	82	128

**Tableau 6. Nombre d'itérations selon le solveur.**

Nous pensons que grossièrement pour une précision équivalente la complexité est quasi-identique entre toutes les méthodes hybrides. En conséquence, afin d'avoir un ordre de grandeur des temps de calcul, nous effectuons une moyenne des temps de calcul pour 100 simulations en fonction du maillage considéré. Les résultats sont présentés dans le tableau 7.

Pas	FEM	FDTLM
1	0,43s	0,27s
1/2	0,84s	0,70s
1/4	1,7s	2,6s
1/8	3,1s	19s
1/16	8,4s	159s

**Tableau 7. Moyenne des temps de calcul pour 2 méthodes hybrides.**

Ce tableau montre que probablement une amélioration pourrait être apportée à la mise en œuvre de la méthode hybride WCIP/FDTLM pour obtenir des résultats proches de ceux de la méthode WCIP/FEM en termes de temps de calcul.

#### 4. Conclusion

Ce travail a permis de valider le principe de l'hybridation entre la WCIP et d'autres méthodes volumiques. Un ordre de convergence de 2 a été mis en évidence dans un cas canonique quelle que soit la méthode hybride utilisée (FEM, HDG ou FDTLM). L'insertion d'un ruban au milieu de la surface de discontinuité est également très concluante puisque les 3 méthodes fournissent des résultats très proches, à savoir un ordre de convergence de 1 sur le champ électrique et un ordre de 0,5 sur le courant électrique pour un mode TE. Enfin, nous avons pu traiter un cas jusqu'alors impossible à traiter avec la WCIP seule à savoir un ruban posé sur un substrat inhomogène. Un ordre de 1 sur le champ et quasiment aussi égal à 1 sur le courant ont été mis en évidence avec les méthodes hybrides WCIP/FEM et WCIP/FDTLM. Ceci constitue les bases du travail en 3D. Ainsi, grâce à ces hybridations, des substrats inhomogènes en 3D, non traitables par la WCIP seule, pourront être étudiés avec ces méthodes hybrides en conservant les propriétés de conditions surfaciques de la WCIP. D'autres cas d'étude plus complexes, notamment des calculs de courants sur

des circuits planaires mettant en œuvre des fonctions électroniques données pourront alors être envisagés.

#### 5. Remerciements

Le premier auteur remercie la Direction Générale de l'Armement (DGA) pour son soutien financier.

#### 6. Bibliographie

- [1] S. Wane, D. Bajon, H. Baudrand and P. Gamand, «A new full-wave hybrid differential-integral approach for the investigation of multilayer structures including nonuniformly doped diffusions», IEEE MTT., Vol. 53, No. 1, pp. 200-213, January 2005.
- [2] M. Titaouine, N. Raveu and H. Baudrand, «Wave Concept Iterative Procedure for inhomogeneous multi-layered circuits», Circuits and Systems and TAISA Conference, 2009, NEWCASTAISA'09. Joint IEEE North-East Workshop on, pp.1-3, 2009.
- [3] S. Lanteri, L. Li and R. Perrussel, «A hybridizable discontinuous Galerkin method for time-harmonic Maxwell's equations », INRIA RR-7649.
- [4] A. Zugari, M. Khalladi, M. Iben Yaich, N. Raveu and H. Baudrand, «New approach: WCIP and FDTLM hybridization», Microwave Symposium (MMS), 2009 Mediterranean , pp. 1-4, 2009
- [5] Youcef Saad and Martin H. Schultz, «GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for solving non symmetric linear systems », SIAM J. Sci. and Stat. Comput., Vol. 7, No. 3, July 1986.
- [6] H. A. van der Vorst, «Bi-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the Solution of Non symmetric Linear Systems», SIAM J. Sci. and Stat. Comput., Vol. 13, No. 2, pp. 631-644, March 1992.